

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Алгебра является одним из опорных курсов основного общего образования: она обеспечивает изучение других дисциплин, как естественно-научного, так и гуманитарного циклов, её освоение необходимо для продолжения образования и в повседневной жизни. Развитие у обучающихся научных представлений о происхождении и сущности алгебраических абстракций, способе отражения математической наукой явлений и процессов в природе и обществе, роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения и качеств мышления, необходимых для адаптации в современном цифровом обществе. Изучение алгебры обеспечивает развитие умения наблюдать, сравнивать, находить закономерности, требует критичности мышления, способности аргументированно обосновывать свои действия и выводы, формулировать утверждения. Освоение курса алгебры обеспечивает развитие логического мышления обучающихся: они используют дедуктивные и индуктивные рассуждения, обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию. Обучение алгебре предполагает значительный объём самостоятельной деятельности обучающихся, поэтому самостоятельное решение задач является реализацией деятельностного принципа обучения.

В структуре программы учебного курса «Алгебра» для основного общего образования основное место занимают содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции». Каждая из этих содержательно-методических линий развивается на протяжении трёх лет изучения курса, взаимодействуя с другими его линиями. В ходе изучения учебного курса обучающимся приходится логически рассуждать, использовать теоретико-множественный язык. В связи с этим в программу учебного курса «Алгебра» включены некоторые основы логики, представленные во всех основных разделах математического образования и способствующие овладению обучающимися основ универсального математического языка. Содержательной и структурной особенностью учебного курса «Алгебра» является его интегрированный характер.

Содержание линии «Числа и вычисления» служит основой для дальнейшего изучения математики, способствует развитию у обучающихся логического мышления, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых для повседневной жизни. Развитие понятия о числе на уровне основного общего образования связано с рациональными и иррациональными числами, формированием представлений о действительном числе. Завершение освоения числовой линии отнесено к среднему общему образованию.

Содержание двух алгебраических линий – «Алгебраические выражения» и «Уравнения и неравенства» способствует формированию у обучающихся математического аппарата, необходимого для решения задач математики, смежных предметов и практико-ориентированных задач. На уровне основного общего образования учебный материал группируется вокруг рациональных выражений. Алгебра демонстрирует значение математики как языка для построения математических моделей, описания процессов и явлений реального мира. В задачи обучения алгебре входят также дальнейшее развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики, и овладение навыками дедуктивных рассуждений. Преобразование символьных форм способствует развитию воображения, способностей к математическому творчеству.

Содержание функционально-графической линии нацелено на получение обучающимися знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов и явлений в природе и обществе. Изучение материала способствует развитию у обучающихся умения использовать различные выразительные средства языка математики – словесные, символические, графические, вносит вклад в формирование представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

Согласно учебному плану в 7–9 классах изучается учебный курс «Алгебра», который включает следующие основные разделы содержания: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции».

На изучение учебного курса «Алгебра» отводится 306 часов: в 7 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 8 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 9 классе – 102 часа (3 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

7 КЛАСС

Числа и вычисления

Дроби обыкновенные и десятичные, переход от одной формы записи дробей к другой. Понятие рационального числа, запись, сравнение, упорядочивание рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Решение задач из реальной практики на части, на дроби.

Степень с натуральным показателем: определение, преобразование выражений на основе определения, запись больших чисел. Проценты, запись процентов в виде дроби и дроби в виде процентов. Три основные задачи на проценты, решение задач из реальной практики.

Применение признаков делимости, разложение на множители натуральных чисел.

Реальные зависимости, в том числе прямая и обратная пропорциональности.

Алгебраические выражения

Переменные, числовое значение выражения с переменной. Допустимые значения переменных. Представление зависимости между величинами в виде формулы. Вычисления по формулам. Преобразование буквенных выражений, тождественно равные выражения, правила преобразования сумм и произведений, правила раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых.

Свойства степени с натуральным показателем.

Одночлены и многочлены. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности. Формула разности квадратов. Разложение многочленов на множители.

Уравнения и неравенства

Уравнение, корень уравнения, правила преобразования уравнения, равносильность уравнений.

Линейное уравнение с одной переменной, число корней линейного уравнения, решение линейных уравнений. Составление уравнений по условию задачи. Решение текстовых задач с помощью уравнений.

Линейное уравнение с двумя переменными и его график. Система двух линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений способом подстановки. Примеры решения текстовых задач с помощью систем уравнений.

Функции

Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой.

Прямоугольная система координат, оси Ox и Oy . Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей. Понятие функции. График функции. Свойства функций. Линейная функция, её график. График функции $y = |x|$. Графическое решение линейных уравнений и систем линейных уравнений.

8 КЛАСС

Простейшие функции. Квадратные корни.

Числовые неравенства. Множества чисел. Функция, график функции. Функции $y=x$, $y=ix$ свойства и графики.

Квадратный корень. Арифметический квадратный корень. Приближенное вычисление квадратных корней. Свойства арифметических квадратных корней. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.

Квадратный трехчлен. Квадратное уравнение. Теорема Виета. Применение квадратных уравнений к решению задач.

Рациональное уравнение. Биквадратное уравнение. Распадающееся уравнение. Уравнение, одна часть которого – алгебраическая дробь, а другая равна нулю. Решение задач при помощи рациональных уравнений.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции.

Прямая пропорциональная зависимость, график функции $y=kx$. Линейная функция и ее график. Равномерное движение.

Квадратичная функция и ее график. Дробно-линейная функция и ее график.

Системы рациональных уравнений.

Системы рациональных уравнений. Системы уравнений первой и второй степени. Решение задач при помощи систем уравнений первой и второй степени, систем рациональных уравнений.

Графический способ решения систем уравнения.

Графический способ решения систем двух уравнений с двумя неизвестными и исследования системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными. Решение систем уравнений графическим способом.

9 КЛАСС

Линейные неравенства с одним неизвестным

Неравенства первой степени с одним неизвестным. Линейные неравенства с одним неизвестным. Системы линейных неравенств с одним неизвестным.

Неравенства второй степени с одним неизвестным

Неравенства второй степени с одним неизвестным. Неравенства, сводящиеся к неравенствам второй степени.

Рациональные неравенства

Метод интервалов. Решение рациональных неравенств. Системы рациональных неравенств. Нестрогие рациональные неравенства.

Корень n -й степени

Свойства функции $y = x^n$ и ее график. Корень n -й степени. Корни четной и нечетной степени. Арифметический корень. Свойства корней n -й степени. Корень n -й степени из натурального числа. Функция $y = x^{\frac{1}{n}}$. [Степень с рациональным показателем и ее свойства.]

Числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии

Числовая последовательность. [Свойства числовых последовательностей.] Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. [Принцип полной индукции.]

Приближения чисел

Абсолютная и относительная погрешности приближения. [Приближения суммы и разности, произведения и частного двух чисел, суммы нескольких слагаемых. Приближенные вычисления с калькулятором.]

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА» НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного курса «Алгебра» характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в 7 классе обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления

Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами.

Находить значения числовых выражений, применять разнообразные способы и приёмы вычисления значений дробных выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби.

Переходить от одной формы записи чисел к другой (преобразовывать десятичную дробь в обыкновенную, обыкновенную в десятичную, в частности в бесконечную десятичную дробь).

Сравнивать и упорядочивать рациональные числа.

Округлять числа.

Выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений. Выполнять действия со степенями с натуральными показателями.

Применять признаки делимости, разложение на множители натуральных чисел.

Решать практико-ориентированные задачи, связанные с отношением величин, пропорциональностью величин, процентами, интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных со свойствами рассматриваемых объектов.

Алгебраические выражения

Использовать алгебраическую терминологию и символику, применять её в процессе освоения учебного материала.

Находить значения буквенных выражений при заданных значениях переменных.

Выполнять преобразования целого выражения в многочлен приведением подобных слагаемых, раскрытием скобок.

Выполнять умножение одночлена на многочлен и многочлена на многочлен, применять формулы квадрата суммы и квадрата разности.

Осуществлять разложение многочленов на множители с помощью вынесения за скобки общего множителя, группировки слагаемых, применения формул сокращённого умножения.

Применять преобразования многочленов для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Использовать свойства степеней с натуральными показателями для преобразования выражений.

Уравнения и неравенства

Решать линейные уравнения с одной переменной, применяя правила перехода от исходного уравнения к равносильному ему. Проверять, является ли число корнем уравнения.

Применять графические методы при решении линейных уравнений и их систем.

Подбирать примеры пар чисел, являющихся решением линейного уравнения с двумя переменными.

Строить в координатной плоскости график линейного уравнения с двумя переменными, пользуясь графиком, приводить примеры решения уравнения.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными, в том числе графически.

Составлять и решать линейное уравнение или систему линейных уравнений по условию задачи, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Функции

Изображать на координатной прямой точки, соответствующие заданным координатам, лучи, отрезки, интервалы, записывать числовые промежутки на алгебраическом языке.

Отмечать в координатной плоскости точки по заданным координатам, строить графики линейных функций. Строить график функции $y = |x|$.

Описывать с помощью функций известные зависимости между величинами: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость, производительность, время, объём работы.

Находить значение функции по значению её аргумента.

Понимать графический способ представления и анализа информации, извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов и зависимостей.

К концу обучения в 8 классе обучающийся получит следующие предметные результаты:

Простейшие функции. Квадратные корни.

Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений, изображать действительные числа точками на координатной прямой.

Знать примеры простейших функций, их свойства и графики.

Применять понятие арифметического квадратного корня, находить квадратные корни, выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней.

Уметь решать квадратные уравнения и задачи, сводящиеся к квадратным уравнениям, решать неполные квадратные уравнения, приведенные квадратные уравнения, биквадратные уравнения, распадающиеся уравнения, рациональные уравнения.

Линейная, квадратичная и дробно- линейная функции

Понимать и использовать функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения), определять значение функции по значению аргумента, определять свойства функции по её графику.

Системы рациональных уравнений.

Решать системы уравнений первой и второй степени, системы рациональных уравнений, задачи, приводящие к таким системам. Использовать решение систем рациональных уравнений при решении различных задач.

Графический способ решения систем уравнения.

Уметь решать системы уравнений и уравнения графическим способом.

К концу обучения в 9 классе обучающийся получит следующие предметные результаты:

Линейные неравенства с одним неизвестным

Решать линейные неравенства, изображать решение неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать системы линейных неравенств, изображать решение системы неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Использовать неравенства при решении различных задач.

Неравенства второй степени с одним неизвестным

Решать квадратные неравенства, неравенства, сводящиеся к неравенствам второй степени. Изображать решение неравенств на координатной плоскости, записывать решение с помощью символов. Использовать неравенства при решении различных задач.

Рациональные неравенства

Решать рациональные неравенства и их системы, нестрогие неравенства. Решать рациональные неравенства, используя метод интервалов. Использовать неравенства при решении различных задач.

Корень n -й степени

Применять понятие арифметического квадратного корня, выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней.

Числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии

Распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии при разных способах задания.

Выполнять вычисления с использованием формул n -го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых n членов.

Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости.

Решать задачи, связанные с числовыми последовательностями, в том числе задачи из реальной жизни (с использованием калькулятора, цифровых технологий).

Приближения чисел

Сравнивать и упорядочивать рациональные и иррациональные числа.

Выполнять арифметические действия с рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы, выполнять вычисления с иррациональными числами.

Находить значения степеней с целыми показателями и корней, вычислять значения числовых выражений.

Округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений.